$$\int \frac{x}{\cosh^2 x} dx = \int x \cdot \left(\frac{1}{\cosh^2 x} \right) dx \overset{\text{(I)}}{=} \int x \cdot \left(\frac{\cosh^2 x - \sinh^2 x}{\cosh^2 x} \right) dx = \int x \cdot \left(\frac{\cosh^2 x}{\cosh^2 x} - \frac{\sinh^2 x}{\cosh^2 x} \right) dx =$$

$$= \int x \cdot \left(1 - \frac{\sinh^2 x}{\cosh^2 x} \right) dx \overset{\text{(II)}}{=} \int \underbrace{x}_{u} \cdot \underbrace{(1 - \tanh^2 x)}_{v'} dx \overset{\text{(III)}}{=} \underbrace{x}_{u} \cdot \underbrace{\tanh x}_{v} - \int \underbrace{1}_{u'} \cdot \underbrace{\tanh x}_{v} dx$$

$$\overset{\text{(IV)}}{=} x \cdot \tanh x - \ln(\cosh x)$$

Bemerkungen:

(I) $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$

(II) $\tanh x := \frac{\sinh x}{\cosh x}$

(III) $(u \cdot v)' = u'v + uv' \Leftrightarrow uv' = (u \cdot v)' - u'v \Leftrightarrow \int uv' = \int (u \cdot v)' - \int u'v \Leftrightarrow \int uv' = u \cdot v - \int u'v$

(IV) $\int \tanh(x) dx = \ln(\cosh(x))$ (vgl. Wikipediaseite zu tanh)

Idee: nehme Ergebnis von Wolfram Alpha, differenziere es bis zur Angabe, drehe Rechnung um und schreib vor jeden Schritt ein Integralzeichen ☺