Aufgabe 8:
d)

$$\prod_{k=0}^{n} \frac{x_{k+1}}{x_k} = \frac{\prod_{k=0}^{n} x_{k+1}}{\prod_{k=0}^{n} x_k} \overset{k'-1:=k}{=} \frac{\prod_{k'=1}^{n+1} x_{(k'-1)+1}}{\prod_{k=0}^{n} x_k} = \frac{\prod_{k'=1}^{n+1} x_{k'}}{\prod_{k=0}^{n} x_k} = \frac{\prod_{k=1}^{n+1} x_k}{\prod_{k=0}^{n} x_k} = \frac{\prod_{k=1}^{n} x_k \cdot x_{n+1}}{x_0 \cdot \prod_{k=1}^{n} x_k}$$

$$= \frac{x_{n+1}}{x_0} \overset{x_n=1+n^2}{=} \frac{1+(n+1)^2}{1+0^2} = \frac{1+n^2+2n+1}{1} = n^2+2n+2$$

oder: $\prod_{k=0}^{n} \frac{x_{k+1}}{x_k} = \frac{x_1}{x_0} \cdot \frac{x_2}{x_1} \cdot \frac{x_3}{x_2} \cdots \frac{x_{(n-1)+1}}{x_{n-1}} \cdot \frac{x_{n+1}}{x_n} = \frac{x_{n+1}}{x_0}$ (Rest wie oben)

Zu Blatt04: **Aufgabe 6:**
Die Relation $<_{\mathbb{C}}$ verletzt (O1), denn $4 \in \mathbb{C}$ und $-4 \in \mathbb{C}$, jedoch:

$$\left.\begin{array}{rcrl} 4 & \not<_{\mathbb{C}} & -4, & \text{da } |4| \not< |-4| \\ -4 & \not<_{\mathbb{C}} & 4, & \text{da } |-4| \not< |4| \\ -4 & \neq & 4 & \text{(offensichtlich)} \end{array}\right\} \Rightarrow \text{ (O1) ist für 4 und -4 nicht erfüllt } \lightning$$

Zu Blatt04: **Aufgabe 8:**
Sei $C = (1001!) + 1$

$$\exp(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!} = \underbrace{\frac{x^0}{0!}}_{=1} + \underbrace{\sum_{k=1}^{1000} \frac{x^k}{k!}}_{>0} + \frac{x^{1001}}{1001!} + \underbrace{\sum_{k=1002}^{\infty} \frac{x^k}{k!}}_{>0}$$

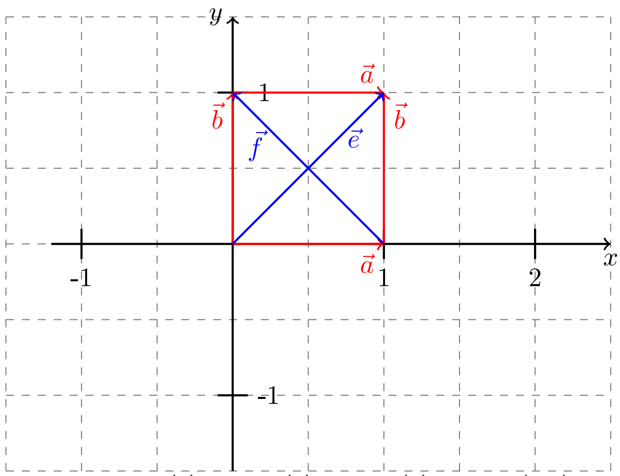
$$\Rightarrow \exp(x) > 1 + \frac{x^{1001}}{1001!} = 1 + x^{1000} \cdot \frac{x}{1001!} > 1 + x^{1000} \cdot \frac{x}{1001!} \overset{x \geq C}{>} 1 + x^{1000} \cdot 1 = 1 + x^{1000}$$

$$\Rightarrow \exp(x) > 1 + x^{1000}$$

□

Zu Blatt06: **Aufgabe 9:**

Beispielparallelogramm:



mit: $\vec{a} = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}, \vec{e} = \begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}, \vec{f} = \begin{pmatrix}-1\\-1\end{pmatrix}$

1. Versuch: 1-Norm (oder Taxi- oder Manhattannorm)

Gilt die Gleichung $2\left(a^2 + b^2\right) = e^2 + f^2$ für die 1-Norm?

$$\text{1-Norm} \Rightarrow a = ||\vec{a}||_1, b = ||\vec{b}||_1, e = ||\vec{e}||_1, f = ||\vec{f}||_1$$

$$\text{Einsetzen: } 2\left(1^2 + 1^2\right) \stackrel{?}{=} 2^2 + 2^2 \Leftrightarrow 2 \cdot 2 \stackrel{?}{=} 4 + 4 \Leftrightarrow 4 \stackrel{?}{=} 8 \lightning$$

$\Rightarrow$ Parallelogrammgleichung nicht erfüllt $\Rightarrow$ 1-Norm nicht von einem Skalarprodukt induziert $\square$