

Algorithmik kontinuierlicher Systeme Aufgabenblatt 6 — Bezierkurven und Interpolation

Übungsgruppe – bitte ankreuzen:
(für die Rückgabe)

T01	Mo	10:15 - 11:45	00.152-113	
T02	Mo	16:15 - 17:45	H3	
T03	Di	16:15 - 17:45	H10	
T04	Mi	08:15 - 09:45	R4.11	
T05	Mi	08:15 - 09:45	SR TM	
T06	Mi	10:15 - 11:45	00.152-113	
T07	Do	10:15 - 11:45	H2	
T08	Fr	12:15 - 13:45	02.133-113	

<u>Nachname</u> , Vorname	Matrikelnr.	Studiengang	Gruppe
---------------------------	-------------	-------------	--------

<u>Nachname</u> , Vorname	Matrikelnr.	Studiengang	Gruppe
---------------------------	-------------	-------------	--------

Allgemeines:

Bitte berücksichtigen Sie, dass **nur** Abgaben mit vollständig ausgefülltem und angeheftetem Deckblatt korrigiert und bewertet werden!

Die Abgabe der Theorieaufgaben erfolgt über den Abgabebriefkasten des Lehrstuhl Informatik 10 (Cauerstr. 11, EG, neben der Bibliothek TZNE)

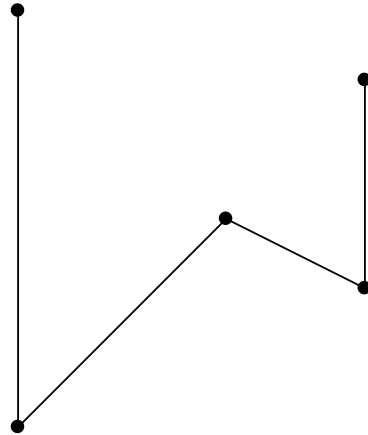
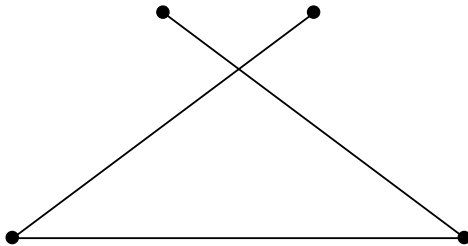
— In jedem Fall am 5. Juni 2018 *vor* 10.15 Uhr! —

Aufgabe 1 — Polynominterpolation (0 Punkte)

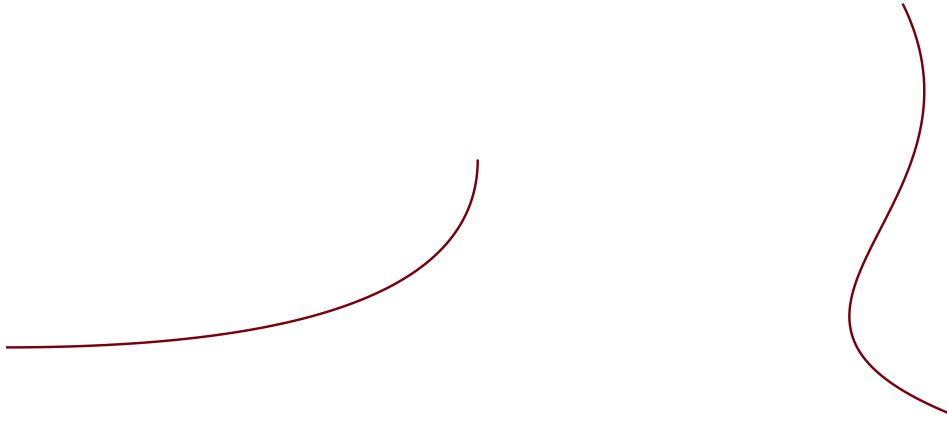
- a) Gegeben sind die Stützstellen $x_1 = -2$, $x_2 = 0$, $x_3 = 1$, $x_4 = 4$. Bestimmen Sie die Lagrange-Polynome und die Newton-Polynome zu diesen Stützstellen.
- b) An diesen Stützstellen sind die Werte $\{4, -2, 1, 4\}$ geben. Bestimmen Sie die Koeffizienten des Interpolationspolynoms bzgl. der Lagrange-Basis und der Newton-Basis.
- c) Bestimmen Sie den Wert der Polynome mit den Werten aus b) an der Stelle $x = 0$.
- d) Nun sind an den Stützstellen $\{-3, -1, 1, 3\}$ die Werte $\{-1, 1, 2, 2\}$ gegeben. Skizzieren Sie das mittlere Segment des Catmull-Rom-Interpolanten.

Aufgabe 2 — Bezier-Kurven (7,5 Punkte)

- a) Skizzieren Sie zu folgenden Kontrollpolygonen die zugehörigen Bezier-Kurven! Achten Sie dabei auf die Einhaltung der Formeigenschaften.



- b) Skizzieren Sie zu folgenden Bezier-Kurven die Kontrollpolygone mit *minimalem* Grad!



c) Gegeben seien folgende Kontrollpunkte:

$$\mathbf{b}_0 = [-2, 10]^T, \mathbf{b}_1 = [6, 8]^T, \mathbf{b}_2 = [2, 2]^T, \mathbf{b}_3 = [3, -4]^T, \mathbf{b}_4 = [-1, 3]^T.$$

Diese definieren folgende Bezier-Kurve:

$$f(u) = \sum_{i=0}^4 \mathbf{b}_i \cdot B_i^4(u), \quad u \in [0, 1].$$

Werten Sie die Funktion f an der Stellen $u_0 = \frac{1}{2}$ unter Verwendung des Algorithmus von DE CASTELJAU aus! Geben Sie alle notwendigen Zwischenschritte an!

d) Konstruieren Sie nun *graphisch* den Funktionswert von f an der Stelle $u_1 = \frac{1}{2}$ unter Verwendung des Algorithmus von DE CASTELJAU! Zeichnen Sie alle notwendigen Zwischenschritte ein!

e) Zeichnen Sie 2 Kontrollpolygone die zwei Bezierkurven erstellen, so dass diese zusammen eine Ellipse bilden. Erklären Sie welche Eigenschaften der Bezierkurven hierbei genutzt werden um eine kontinuierliche Ellipse zu bilden.

Aufgabe 3 — Interpolation (7,5 Punkte)

a) Skizzieren Sie in einem Dreieck $R = [-2, 1]^T, S = [-1, -1]^T, T = [2, 2]^T$ die Punkte Q_i , ($i = 1, 2, 3, 4$), deren baryzentrische Koordinaten $(\rho_i, \sigma_i, \tau_i)$ bzgl. des Dreiecks $\Delta(R, S, T)$ (ρ_i ist das Gewicht von R , σ_i das Gewicht von S und τ_i das Gewicht von T) wie folgt gegeben sind:

$$Q_1 : [\frac{1}{3}, 0, \frac{2}{3}],$$

$$Q_2 : [\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}],$$

$$Q_3 : [\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}],$$

$$Q_4 : [\frac{5}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}]$$

b) Für die Punkte R, S, T aus Aufgabe 3a) wurden folgende Intensitätswerte erfasst:

$$T_R = 1.2 \quad T_S = 3.6 \quad T_T = 2.4$$

Bestimmen Sie die Intensitäten der Punkte Q_1, Q_3 aus Aufgabe 3a).

c) Betrachten Sie nun das Dreieck mit den Eckpunkten $R = [-5, -1]^T, S = [2, -3]^T, T = [-2, 1]^T$. Bestimmen Sie die baryzentrischen Koordinaten der folgenden Punkte bzgl. des Dreiecks $\Delta(R, S, T)$:

$$P_1 = [0, 0]^T, P_2 = [0, 1]^T, P_3 = [1, 1]^T.$$

d) Markieren sie für das Dreieck $R = [0, 0]^T, S = [2, \frac{1}{2}]^T, T = [\frac{3}{4}, \frac{1}{2}]^T$ die Bereiche

- $\rho > 0 \quad \wedge \quad \sigma > 0 \quad \wedge \quad \tau > 0 \quad \wedge \quad \rho + \sigma + \tau = 1$
- $\rho = 0 \quad \wedge \quad \sigma < 0 \quad \wedge \quad \tau > 0 \quad \wedge \quad \rho + \sigma + \tau = 1$
- $\rho \leq 0 \quad \wedge \quad 0 \leq \sigma \leq 1 \quad \wedge \quad \tau \geq 0 \quad \wedge \quad \rho + \sigma + \tau = 1$