
Präsenzaufgabe 39:

Ein Handwerker benötige zur Reparatur einer Waschmaschine zwischen 10 und 40 Minuten (stetig gleichverteilt). Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er zwei Geräte in einer Stunde schafft (Ereignis A)

- a) wenn die Zeiten für beide unabhängig sind,
- b) wenn er, falls die erste Reparatur unter 30 Minuten gedauert hat, vor der zweiten Reparatur eine Pause von 10 Minuten macht.

Geben Sie in beiden Fällen eine R-Dichte in \mathbb{R}^2 an und skizzieren Sie das Ereignis A .

Lösung.

Aufgabe 15:

Die R-Zufälle für stetige Gleichverteilung lautet allgemein: $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & a < x < b \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

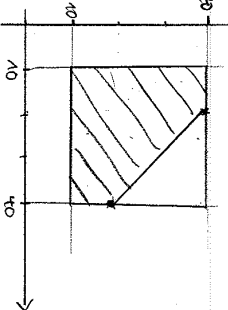
a) Sei x_i die Reparaturdauer des Motorschadens ($i=1,2$)
 so gilt: $f_i(x_i) = \begin{cases} \frac{1}{30} & 10 < x_i < 40 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

Damit gilt für die Dichtefunktion

$$f(x_1, x_2) = \begin{cases} \frac{1}{900} & 10 < x_1 < 40 \wedge 10 < x_2 < 40 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Gesucht ist nach $P(x_1 + x_2 \leq 60)$

Skizze:



außerhalb des Quadrats ist $f=0$

entspricht dem

Ereignis A: $x_1 + x_2 \leq 60$

$$P(x_1 + x_2 \leq 60) = \iint_{x_1 + x_2 \leq 60} f(x_1, x_2) dx_1 dx_2 = \frac{1}{900} |A|$$

$$= \frac{700}{900} \approx 0.7778$$

b) Die einzelnen Dichtefunktion lautet:

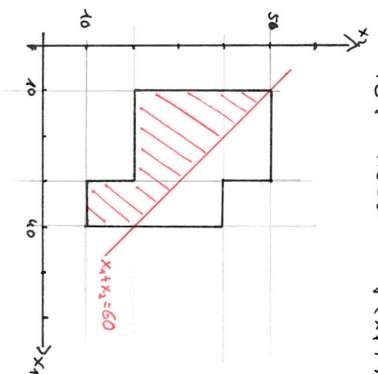
$$f_1(x_1) = \begin{cases} \frac{1}{30} & 10 < x_1 < 40 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$f_2(x_1, x_2) = \begin{cases} \frac{1}{30} & 10 < x_1 \leq 30 \wedge 30 < x_2 < 50 \\ \frac{1}{30} & 30 < x_1 < 40 \wedge 10 < x_2 < 40 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x_1, x_2) = f_1(x_1) f_2(x_1, x_2) = \begin{cases} \frac{1}{900} & 10 < x_1 \leq 30 \wedge 30 < x_2 < 50 \\ \frac{1}{900} & 30 < x_1 < 40 \wedge 10 < x_2 < 40 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Gesucht ist nach $P(x_1 + x_2 \leq 60)$

Skizze:



entspricht dem Ereignis A: $x_1 + x_2 \leq 60$

$$P(x_1 + x_2 \leq 60) = \iint_{x_1 + x_2 \leq 60} f(x_1, x_2) dx_1 dx_2 = \frac{1}{900} |A|$$

$$= \frac{550}{900} \approx 0.61$$