

Mathematik für Ingenieure C4: INF

7. Übung

04.06. - 08.06.2016
Sommersemester 2018

Dr. Wigand Rathmann
Dr. Lukas Pflug
Department Mathematik
Universität Erlangen-Nürnberg

Präsenzaufgabe 44:

Es seien X und Y unabhängige Zufallsvariablen. X sei gleichverteilt auf $(-1, 0)$ und Y sei gleichverteilt auf $(0, 3)$. Bestimmen Sie die Dichte von $X + Y$ und skizzieren Sie diese.

Präsenzaufgabe 45:

Das Eintreffen von Kunden an einem Schalter werde durch ein n -faches Bernoulli(p)-Experiment mit $p = 0.1$ und Taktlänge = 1 Minute beschrieben.

- Welche Verteilung besitzt dann die Anzahl der innerhalb einer Stunde ankommenden Kunden?
- Approximieren Sie diese Verteilung durch eine Normalverteilung mit dem Mittelwert np und der Streuung $\sqrt{np(1-p)}$.
- Berechnen Sie mithilfe der exakten Verteilung (Teilaufgabe a) und deren Approximation (Teilaufgabe b) die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens drei Kunden ankommen.

Präsenzaufgabe 46:

Es seien X_1, \dots, X_n unabhängig identisch exponentialverteilte Zufallsvariablen mit Parameter $\alpha > 0$. Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion nach $n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$, dass

$$Y_n = \sum_{i=1}^n X_i$$

mit Parametern (α, n) Gamma-verteilt ist, d.h. die Dichte

$$f^{Y_n}(x) = \frac{\alpha^n}{\Gamma(n)} x^{n-1} e^{-\alpha x} 1_{(0, \infty)}(x)$$

hat.

Hinweis: Benutzen Sie bei der Beweisführung lediglich allgemeine Kenntnisse über die Faltung von nicht-negativen und stochastisch unabhängigen ZVn, die Sie aus der Vorlesung kennen.

Hausaufgabe 47:

(10 Punkte)

Die Zufallsvariablen X und Y seien unabhängig und $\mathcal{R}(a, b)$ -verteilt. Bestimmen Sie die Dichte der Summe der Zufallsvariablen und skizzieren Sie diese.

Hausaufgabe 48:

(10 Punkte)

Die in Prozent pro Jahr gemessenen Renditen zweier Wertpapiere verhalten sich wie zwei unabhängige normalverteilte Zufallsvariablen X und Y mit

$$\begin{aligned} E(X) &= 10 & \text{und} & \quad \text{Var}(X) = 225, \\ E(Y) &= 8 & \text{und} & \quad \text{Var}(Y) = 100. \end{aligned}$$

- Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat das erste Papier X eine höhere Rendite als das zweite Y ?
- Angenommen, jemand investiert 100 Euro in das erste Papier X und 200 Euro in das zweite Y ($\hat{=}$ Gesamtportfolio). Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat das Gesamtportfolio eine Jahresrendite von mehr als 10%?

Hinweis. Benutzen Sie bitte die Approximation $18 \approx \sqrt{325}$ und bearbeiten Sie die Aufgabe ohne elektronische Hilfsmittel mittels der Tabelle für die Standardnormalverteilung.

Zusatzaufgabe 49:

(keine Punkte)

Dem Zöllner OK ist zugespielt worden, dass unter den 40 Passagieren eines gerade ankommenden Fährschiffs zwei Schmuggelware mit sich führen. Wie viele der Passagiere muss er (zufällig) zur Kontrolle auswählen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 0.9 wenigstens einen der Schmuggler zu erwischen?

Zusatzaufgabe 50:

(keine Punkte)

Zeigen Sie dass für die Summe zweier Poisson-verteilter ZV $X_1 \sim \pi(\lambda_1)$ und $X_2 \sim \pi(\lambda_2)$ gilt

$$X_1 + X_2 \sim \pi(\lambda_1 + \lambda_2).$$

Zusatzaufgabe 51:**(keine Punkte)**

Auf dem Nürnberger Flughafen werden die zu transportierenden Gepäckstücke unabhängig voneinander auf ein Förderband gelegt. Die Wahrscheinlichkeit, dass eines dieser Gepäckstücke den Zielflughafen Barcelona hat, sei $p \in (0, 1)$.

- a) Die Wahrscheinlichkeit, dass von zwei aufeinanderfolgenden Gepäckstücken höchstens eines den Zielflughafen Barcelona hat, sei 88.75%. Berechnen Sie daraus die Wahrscheinlichkeit p .
- b) Nun werden 15 aufeinanderfolgende Gepäckstücke betrachtet. Bestimmen Sie für $p = 0.35$ die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse:
- A : Genau fünf Gepäckstücke haben Barcelona als Ziel.
 - B : Das fünfzehnte Gepäckstück ist das fünfte nach Barcelona.
 - C : Genau fünf Gepäckstücke haben das Ziel Barcelona und liegen direkt hintereinander.
- c) Es werden 2% der Gepäckstücke fehlgeleitet, von den fehlgeleiteten haben 15% das Ziel Barcelona. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird ein Gepäckstück, welches Barcelona als Ziel hatte, richtig weitergeleitet?