

# Mathematik für Ingenieure C4: INF

## 3. Übung

30.04. - 04.05.2016  
Sommersemester 2018

Dr. Wigand Rathmann  
Dr. Lukas Pflug  
Department Mathematik  
Universität Erlangen-Nürnberg

### Präsenzaufgabe 16:

Bei einer Lotterie werde eine vierstellige Losnummer auf die folgende Weise ermittelt: In einer Trommel befinden sich 40 mit den Ziffern  $0, 1, \dots, 9$  versehene Kugeln, wobei jeweils 4 Kugeln die gleiche Ziffer tragen. Es werden 4 Kugeln ohne Zurücklegen gezogen und in der Reihenfolge ihrer Ziehung nebeneinandergelegt. Die 4 Ziffern auf den gezogenen Kugeln ergeben dann die Losnummer.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

- a) Die Losnummer 3494 wird gezogen.
- b) Es wird eine Losnummer gezogen, in der nur die Ziffern 1 und 7 vorkommen (beide Ziffern sollen vorkommen.)
- c) Es wird eine Losnummer gezogen, die aus 4 verschiedenen Ziffern besteht.

### Lösung.

Lösungsweg 1: Um die 40 Kugeln unterscheidbar zu machen, werden jeweils die 4 Kugeln, die die gleiche Ziffer tragen, noch zusätzlich mit Nummern  $1, 2, 3, 4$  versehen. Eine Kugel wird dann durch ein Paar  $k = (z, n)$  mit  $z = 0, 1, 2, \dots, 9$  und  $n = 1, 2, 3, 4$  repräsentiert. Als Zufallsmechanismus haben wir Ziehen von 4 Kugeln ohne Zurücklegen unter Berücksichtigung der Anordnung. Die Ergebnismenge ist dann

$$\Omega = \{\omega = (k_1, k_2, k_3, k_4) \mid k_i = (z_i, n_i) \text{ paarweise verschieden für } i = 1, 2, 3, 4\}$$

mit

$$|\Omega| = 40 \cdot 39 \cdot 38 \cdot 37$$

Elementen.

Das Ereignis "Ziehen der Loszahl  $s = s_1 s_2 s_3 s_4$ " entspricht der Menge  $A_s$  aller  $\omega$  der Form

$$\omega = ((s_1, n_1), (s_2, n_2), (s_3, n_3), (s_4, n_4)).$$

Lösungsweg 2: Betrachte das Lotteriespiel als „Ziehe Kugel aus einer Urne“-Spiel. In der Urne befinden sich  $n = 40$  paarweise unterschiedliche Elemente, unterscheidbar durch die Nummer und z.B. Farbe der Kugel. Das Spiel kann dann als „Ziehen von  $k = 4$  Kugeln aus einer Urne ohne Wiederholung unter Berücksichtigung der Anordnung“ interpretiert werden. Für die Anzahl der Möglichen Ziehungen erhält man somit

$$\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{40!}{36!} = 40 \cdot 39 \cdot 38 \cdot 37 = 2193360.$$

Die Anzahl der Elemente der Ereignisse in a), b) und c), lassen sich wie im ersten Lösungsansatz berechnen.

□