

Mathematik für Ingenieure C4: INF

6. Übung

24.05. - 28.05.2016
Sommersemester 2018

Dr. Wigand Rathmann
Dr. Lukas Pflug
Department Mathematik
Universität Erlangen-Nürnberg

Präsenzaufgabe 38:

X sei eine Zufallsvariable über $\Omega := [0, 2]$. \mathcal{A} sei die dazu passende Borel σ -Algebra und P die Rechteckverteilung auf $[0, 1.5]$. Weiterhin sei eine Zufallsvariable $Y : \Omega \mapsto \Omega'$ gegeben mit

$$Y := 1 - |X - 1|$$

- Geben Sie die zu der Rechteckverteilung gehörende Riemann-Dichte an.
- Geben sie den Messraum (Ω', \mathcal{A}') an und skizzieren Sie den funktionalen Zusammenhang von X und Y .
- Sei nun $[y_0, y_1] \subset [0, 1]$ mit $y_0 \leq y_1$. Geben Sie $P_Y([y_0, y_1])$ an.

Hinweis: Geben Sie zuerst folgende Menge an:

$$\{Y \in [y_0, y_1]\} := \{x \in \Omega \mid Y(x) \in [y_0, y_1]\}.$$

- Geben Sie die Dichte f_Y an und skizzieren Sie diese.

Präsenzaufgabe 39:

Ein Handwerker benötige zur Reparatur einer Waschmaschine zwischen 10 und 40 Minuten (stetig gleichverteilt). Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er zwei Geräte in einer Stunde schafft (Ereignis A)

- wenn die Zeiten für beide unabhängig sind,
- wenn er, falls die erste Reparatur unter 30 Minuten gedauert hat, vor der zweiten Reparatur eine Pause von 10 Minuten macht.

Geben Sie in beiden Fällen eine R-Dichte in \mathbb{R}^2 an und skizzieren Sie das Ereignis A .

Hausaufgabe 40:

(10 Punkte)

Schräger Wurf auf dem Planeten "Idealisierte Welt" ($g = 10 \frac{m}{s^2}$). X sei eine Zufallsvariable über $\Omega := [0, \frac{\pi}{2}]$. \mathcal{A} sei die dazu passende Borel σ -Algebra. Die Zufallsvariable „Abwurfwinkel“ unterliegt der folgenden Verteilungsdichte:

$$f_X(\alpha) = C \cdot 1_{\left(\frac{\pi}{9}, \frac{5\pi}{18}\right)}(\alpha)$$

Für die Wurfweite W ergibt sich in Abhängigkeit des Abwurfwinkels α und der Anfangsgeschwindigkeit v_0 folgende Formel:

$$W(\alpha) := \frac{v_0^2}{g} \sin(2\alpha)$$

- Bestimmen Sie C derart, dass f_X eine Wahrscheinlichkeitsdichte ist.
- Berechnen Sie für $v_0 = 20 \frac{m}{s}$ die Wahrscheinlichkeit, dass die Wurfweite mindestens $35m$ beträgt.
- Geben Sie die Verteilungsdichte der Zufallsvariable „Wurfweite“ W an und skizzieren Sie diese für $v_0 = 15 \frac{m}{s}$.

Hausaufgabe 41:

(10 Punkte)

In den täglichen Abgasen einer Müllverbrennungsanlage sei x_1 die Menge der Schwebstoffe vor der Inbetriebnahme einer zusätzlichen Abgasreinigung und x_2 die Menge danach (in Tonnen). Unter der Voraussetzung, dass x_1 durch eine Beta(3,1)-Verteilung modelliert werden kann und x_2 gleichverteilt zwischen 0 und $\frac{x_1}{2}$ ist, bestimmen Sie

- die R-Dichte für ein Modell des Gesamtversuchs und skizzieren Sie diese (Ausdrücke sind zugelassen).
- die Wahrscheinlichkeit, dass nach Inbetriebnahme noch mehr als 0,3t Schwebstoffe anfallen.

Tipp: Verwenden Sie die Eigenschaften der Gammafunktion: $\Gamma(\nu+1) = \nu\Gamma(\nu)$ und $\Gamma(\nu+1) = \nu!$ für $\nu \in \mathbb{N}$.

Zusatzaufgabe 42:

(keine Punkte)

Es seien U_1, \dots, U_6 sechs Urnen, die weiße und schwarze Kugeln enthalten. Dabei sei in Urne U_i das Verhältnis von weißen zu schwarzen Kugeln $i : (i+1)$. Zuerst wird nun zufällig eine der Urnen ausgewählt und danach

ein Laplace-Würfel geworfen. Zeigt der Würfel $j \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ Augen, so wirft man anschließend j faire Münzen. Falls dabei $k \geq 1$ Köpfe fallen und U_k nicht die anfangs gewählte Urne ist, zieht man eine Kugel aus U_k . Andernfalls zieht man eine Kugel aus U_1 . Man interessiert sich für das Ereignis, dass eine weiße Kugel gezogen wird. Geben Sie die Gesamtdichte an.

Zusatzaufgabe 43:**(keine Punkte)**

Martin fliegt von Nürnberg nach Tokio und steigt dabei in Paris und Shanghai um. An jedem Flughafen (inklusive Nürnberg) muss sein Koffer verladen werden. Dabei wird der Koffer mit Wahrscheinlichkeit $p \in (0, 1)$ fehlgeleitet. In Tokio stellt er fest, dass sein Koffer nicht angekommen ist. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wurde der Koffer in Nürnberg fehlgeleitet, mit welcher in Paris und mit welcher in Shanghai?