

(10 Zusatzpunkte)

- Gegeben sei die Messreihe $\mathbf{x} = (5, 3, 6, 1)$. Bestimmen Sie die Werte:

$$u_{0,5} = 4$$

$$u_{0,75} - u_{0,25} = 6 - 1 = 5$$

$$\bar{x} = \frac{15}{4}$$

- Eine gegebene Messreihe bestehe aus $2n$ ($n \in \mathbb{N}$) Daten. Geben Sie eine Formel für den Median an:

$$\tilde{x} = \frac{1}{2}(x_{[n+1]} + x_{[n+2]})$$

- Ein Zufallsexperiment mit $k \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$ verschiedenen Ausprägungen wird n -mal wiederholt ($n \gg k$, $n \in \mathbb{N}$). Geben Sie einen Zusammenhang zwischen den relativen Häufigkeiten $h_n(j)$ und den absoluten Häufigkeiten $H_n(j)$ für $j = 1, \dots, k$ an:

$$h_n(j) = \frac{1}{n} H_n(j)$$

- Gegeben sei die Abbildung $f: \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{R}$ mit $k \mapsto \frac{C}{k!}$ und $C \in \mathbb{R}$. Für welche C ist f eine Z -Dichte? $C =$

$$\frac{3}{4} \quad \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^k = \frac{1}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{4}{3}$$

- Seien X und Y stochastisch unabhängig. Dann ist

$$P^{(X+Y)}(X+Y \leq z) = \int_{-\infty}^z \int_{\mathbb{R}} f(x,y) (x, a-x) dx dy$$

- (Ω, \mathcal{A}, P) sei ein Wahrscheinlichkeitsmodell und es seien $A, B, C, D \subset \Omega$.

Geben Sie Formeln zur Berechnung der folgenden Wahrscheinlichkeiten an:

$$P(A+B) =$$

$$P(A) + P(B)$$

$$P(C \cup D) =$$

$$P(C) + P(D) - P(C \cap D)$$

- X und Y seien stochastisch unabhängige reellwertige Zufallsvariablen und $a, b \in \mathbb{R}^+$. Geben Sie die folgenden Ausdrücke mittels der Werte $E X, E Y, E X^2$ und $E Y^2$ an (alle Werte seien als endlich vorausgesetzt):

$$E(aX - bY) =$$

$$a E X - b E Y$$

$$\text{Var}(aX - bY) =$$

$$a^2 \text{Var}(X) + b^2 \text{Var}(Y)$$

$$\text{Kov}(X, Y) =$$

$$E(XY) - (E X)(E Y)$$

$$\text{Kov}(X+Y, X) =$$

$$\text{Kov}(Y, X) + \text{Var}(X)$$

- Gegeben sei die Abbildung $f^{(X,Y)}: [-2, -1]^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit $(x, y)^T \mapsto \frac{C}{x^2 y^2}$ und $C \in \mathbb{R}$.

- Für welche C ist $f^{(X,Y)}$ eine W -Dichte? $C =$

$$4$$

$$- f^X(x) =$$

$$\frac{2}{x^2}$$

$$, f^Y(y) =$$

$$\frac{2}{y^2}$$

$$- \text{Kov}(X, Y) =$$

$$0$$

- Sei X eine ZV mit der R-Dichte f^X . Dann gilt:

$$- P(a \leq x \leq b) = \int_a^b f^X(c) dc$$

$$- f^X(x) \in [0, \infty)$$

$$\subseteq \mathbb{R} \forall x \in \mathbb{R},$$

$$- F^X(x) := \int_{-\infty}^x f^X(c) dc$$

$$\forall x \in \mathbb{R},$$

$$- F^X(x) \in [0, 1]$$

$$\subseteq \mathbb{R} \forall x \in \mathbb{R}.$$

- Gegeben seien ein W-Modell (Ω, \mathcal{A}, P) und die Ereignisse A und B mit $A \supset B$. Dann gilt für $P(A)$ und $P(B)$ das Verhältnis

$$P(A) \geq P(B)$$

- Gegeben seien die identisch verteilten ZVn $X_i \sim N(1, 1)$ für $i = 1, \dots, n$ und $X := \sum_{i=1}^n X_i$. Dann ist $X \sim$

$$\mathcal{N}(n, n)$$

- Gegeben seien die identisch verteilten ZVn $Y_i \sim B(p)$ für $i = 1, \dots, l$ und

$$Y := \sum_{k=1}^l Y_i. \text{ Dann ist } Y \sim$$

$$B(l, p)$$

- Seien Z_1 und Z_2 zwei reellwertige ZVn mit der gemeinsamen R-Dichte $f^{(Z_1, Z_2)}$. Wie lautet die Integraldarstellung der Kovarianz $\text{Kov}(Z_2, Z_1)$?

$$\text{Kov}(Z_2, Z_1) =$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (z_1 - E z_1)(z_2 - E z_2) f^{(Z_1, Z_2)}(z_1, z_2) dz_2 dz_1$$

- Gegeben seien eine reellwertige ZV Z mit einer R-Dichte f^Z und eine bijektive, stetig differenzierbare Funktion $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Eine weitere ZV sei durch $Y = g(Z)$ definiert.

- Wie muss z in der Gleichung $P(Y \leq y) = P(Z \leq z)$ gewählt werden, damit diese wahr ist? $z =$

$$g^{-1}(y)$$

- Wie kann f^Y aus f^Z berechnet werden?

$$f^Y(y) = \int_{\mathbb{R}} |g^{-1}(y)| \cdot \frac{d}{dy} |g^{-1}(y)| f^Z(g^{-1}(y))$$

- Wie lautet die Summendarstellung der Kovarianz für zwei diskrete ZVn X_1 und X_2 ?

$$\text{Kov}(X_1, X_2) =$$

$$\sum_{k \in \Omega_1} \sum_{l \in \Omega_2} (x_1 - E x_1) \cdot (x_2 - E x_2) f^{(X_1, X_2)}(x_1, x_2)$$

- Welcher Werte der ZV X und welcher der ZV V muss existieren, damit $\text{kor}(X, V)$ berechnet werden kann?

$$\text{Sk}(X), \text{Sk}(V), E(X), E(X^2), E(V), E(V^2)$$

- Wie ist der Binomialkoeffizient $\binom{a}{b}$ für $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{N}$ definiert?

$$\binom{a}{b} = \frac{(a)_b}{b!}$$
